

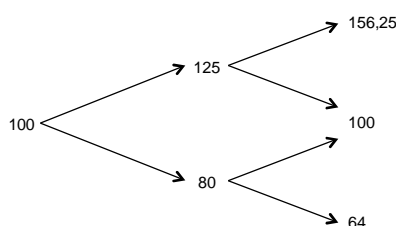
Chapitre 4 : Options et théorie financière

Exercice 4.1 : Le Guépard

Soit *Le Guépard*, une entreprise spécialisée dans le matériel sportif. *Le Guépard* a une obligation zéro-coupon de valeur 80 M€ et de maturité 2 ans. Les actifs de l'entreprise ont une valeur de 100 M€ et peuvent, à chaque période, être multipliés soit par 1,25 soit par 0,8. *Le Guépard* a 1 million d'actions existantes et le taux sans risque est de 10 %. Utilisez une binomiale deux périodes pour répondre aux questions suivantes :

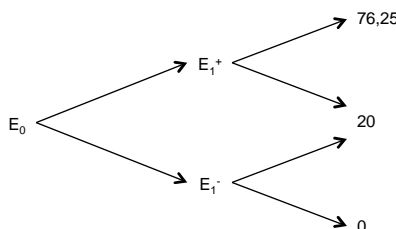
Quelle est la valeur de l'action de *Le Guépard* ?

Arbre des valeurs de l'actif (en M€)



La valeur des fonds propres à horizon deux ans sera égale à la différence, si elle est positive entre la valeur des actifs et le montant à rembourser (80). Puisqu'il y a un million d'actions, chaque action vaudra le millionième de la valeur des fonds propres, soit à l'échéance :

Arbre des valeurs d'une action (en €)



Pour calculer la valeur présente des actions, il est possible d'utiliser la probabilité risque-neutre :

La probabilité risque neutre est de 66,7 % : $\pi = \frac{1+r_f-d}{u-d} = \frac{1+10\%-0,8}{1,25-0,8} = 0,667$

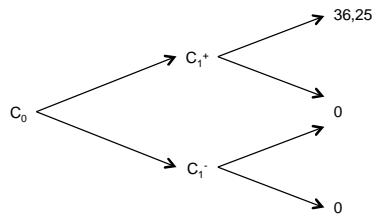
$$E_1^+ = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi E_T^{++} + (1-\pi)E_T^{+-}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 76,25 + 0,333 \times 20] = 52,27$$

$$E_1^- = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi E_T^{+-} + (1-\pi)E_T^{--}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 20 + 0,333 \times 0] = 12,12$$

$$E_0 = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi E_1^+ + (1-\pi)E_1^-] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 52,27 + 0,333 \times 12,12] = 35,35$$

Vous vous intéressez à une option d'achat sur l'action de *Le Guépard*, de maturité 2 ans et de prix d'exercice 40 €. Calculez la valeur de cette option d'achat.

Arbre des valeurs de l'option (en €)



$$C_1^+ = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi C_T^{++} + (1-\pi)C_T^{+-}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 36,25 + 0,333 \times 0] = 21,97$$

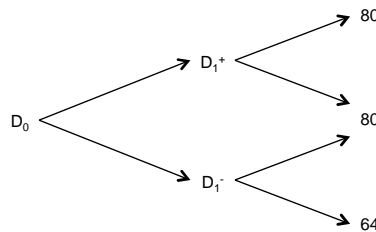
$$C_1^- = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi C_T^{+-} + (1-\pi)C_T^{--}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 0 + 0,333 \times 0] = 0$$

$$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi C_1^+ + (1-\pi)C_1^-] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 21,97 + 0,333 \times 0] = 13,32$$

Quelle est la valeur des obligations de *Le Guépard* ?

La valeur des obligations à horizon deux ans sera égale à 80 si les actifs sont suffisants pour couvrir l'ensemble de cette dette ; si tel n'est pas le cas, la valeur des obligations sera limitée à la valeur des actifs.

Arbre des valeurs des obligations (en M€)



$$D_1^+ = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi D_T^{++} + (1-\pi)D_T^{+-}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 80 + 0,333 \times 80] = 72,73$$

$$D_1^- = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi D_T^{+-} + (1-\pi)D_T^{--}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 80 + 0,333 \times 64] = 67,88$$

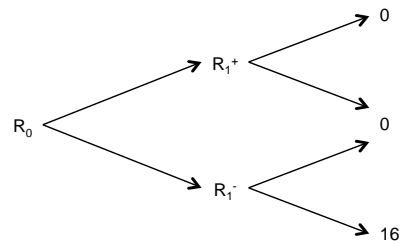
$$D_0 = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi D_1^+ + (1-\pi)D_1^-] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 72,73 + 0,333 \times 67,88] = 64,65$$

On retrouve bien l'équilibre bilanciel $A_0 = E_0 + D_0 : 100 = 35,35 + 64,65$

La dette de *Le Guépard* est-elle risquée ? Si oui, quelle est la valeur de l'option de vente que les investisseurs obligataires ont implicitement souscrite auprès des actionnaires ?

Le créancier n'est pas certain de recevoir la somme qui lui est due en fin d'année 2. Il existe un risque de n'être remboursé qu'à hauteur de 64.

Arbre des valeurs du risque porté par la dette (en M€)



$$R_1^+ = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi R_T^{++} + (1-\pi)R_T^{+-}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 0 + 0,333 \times 0] = 0$$

$$R_1^- = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi R_T^{+-} + (1-\pi)R_T^{--}] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 0 + 0,333 \times 16] = 4,85$$

$$R_0 = \frac{1}{(1+r_f)} [\pi R_1^+ + (1-\pi)R_1^-] = \frac{1}{1,1} [0,667 \times 0 + 0,333 \times 4,85] = 1,47$$

L'option de vente correspondant au coût du risque vaut $R_0=1,47$.

Elle aurait également pu être calculée comme la différence entre la valeur de la dette sans risque (valeur actuelle au taux sans risque du montant à rembourser) $\frac{80}{1,1^2}=66,12$ et celle de la dette risquée $D_0=64,65$

Exercice 4.2 : La Biche

La société *La Biche* dont l'actif économique est actuellement (en t) de 200 porte une dette à échéance d'un an de 145,6. Au regard du risque associé à cette dette, la valeur de celle-ci est actuellement de 132,4, soit un taux d'actualisation sur 1 an de 10 % (taux discret annuel).

Actif Économique	Fonds propres 67,6
A_t 200	Dette 132,4

Nous savons par ailleurs que le taux sans risque est de 5 % (taux discret annuel). Quelle est la répartition entre la dette risquée et le coût du risque associé à cette dette ?

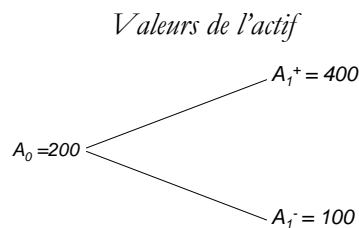
Nous pouvons déduire du taux sans risque que la valeur actuelle de la dette sans risque est de 138,7 (145,6/1,05) et donc que le coût du risque $P_i(145,6)$ est de 6,3 (différence entre la valeur de la dette sans risque et la dette risquée).

Actif Économique A_t 200	Fonds propres $C_t(145,6)$ 67,6
	Dettes $VA_{r_f}(145,6)$ $- P_t(145,6)$ 138,7-6,3=132,4

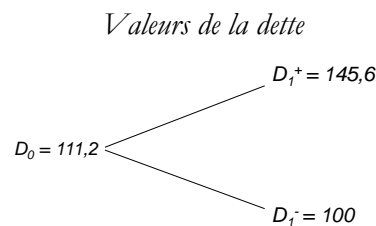
Cette répartition repose sur l'écart entre taux d'intérêt risqué et taux sans risque. Le taux risqué propre à la dette de *La Biche* est fonction du risque propre à cette société, en l'occurrence une volatilité des actifs qui se traduit par une valeur, à l'origine de 200, qui pourrait passer à l'échéance soit à $A_1^+ = 300$, soit à $A_1^- = 133,3$ (coefficient $u = 1/d = 1,5$). Les dirigeants de la société ont décidé d'augmenter le risque propre à l'activité, sans faire appel à de nouvelles ressources. Quels devraient être les impacts sur la répartition fonds propres et dettes ? (réponse générale sans données chiffrées).

Hausse du risque => hausse des fonds propres (option d'achat) et baisse de la dette (hausse de la valeur de l'option de vente correspondant au coût du risque)

Supposons que la valeur de l'actif économique, au départ de 200, puisse passer à l'échéance soit à $A_1^+ = 400$, soit à $A_1^- = 100$ (coefficient $u = 1/d = 2$). Quel est le nouveau bilan de départ (les calculs peuvent être développés à partir de binomiales monopériodes) ?



En fonction de la valeur de l'actif, le montant de la dette sera soit remboursé intégralement, $D_1^+ = N = 145,6$, soit limité à la valeur de l'actif dans le cas où celui-ci n'est pas suffisant $D_1^- = A_1^- = 100$.



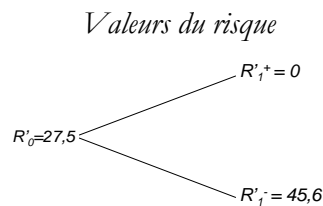
La méthode binomiale nous donne la valeur initiale D_0 de la dette en fonction des valeurs possibles à terme. En utilisant les probabilités risque neutre $D_0' = 111,2$

$$\pi = \left[\frac{1 + r_f - d}{(u - d)} \right] = \left[\frac{1 + 5\% - 0,5}{(2 - 0,5)} \right] = 0,367$$

$$D_0 = \frac{1}{(1 + r_f)} [\pi D_1^+ + (1 - \pi) D_1^-] = \frac{1}{(1,05)} [0,367 \times 145,6 + 0,633\% \times 100] = 111,2$$

Il est alors possible de déduire le taux de rendement de la dette risquée : 30,1 % (taux discret $r = \frac{145,6 - 111,2}{111,2}$).

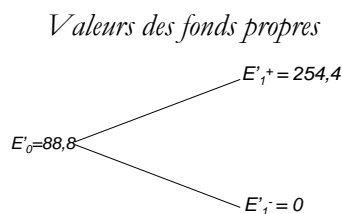
Le coût du risque correspond au manque à gagner sur la dette si l'actif n'est pas suffisant pour y faire face totalement : $R_t = \text{Max}[D_t^+ - A_t^+; 0]$, soit $R_t^+ = 0$ et $R_t^- = 45,6$.



$$R_0 = \frac{1}{(1+5\%)} [36,67\% \times 0 + 63,33\% \times 45,6] = 27,5.$$

On retrouve bien dans ce calcul du coût du risque la différence entre la valeur actuelle de la dette sans risque ($145,6/1,05=138,7$) et la valeur actuelle de la dette risquée D_0 qui vient d'être calculée (111,2).

Les fonds propres peuvent être calculés par différence entre la valeur de l'actif et la valeur de la dette : $E_0 = A_0 - D_0 = 200 - 111,2 = 88,8$. Elle peut également être retrouvée par les valeurs possibles des fonds propres à l'échéance en fonction de celles de l'actif et de la dette : $E_t^+ = A_t^+ - D_t^+ = 154,4$ et $E_t^- = A_t^- - D_t^- = 0$.



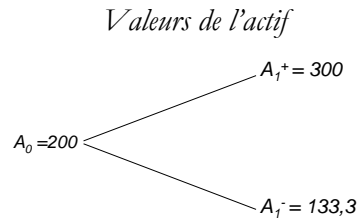
$$E_0 = \frac{1}{(1+5\%)} [46\% \times 254,4 + 54\% \times 0] = 88,8.$$

Le bilan de La Biche est alors le suivant :

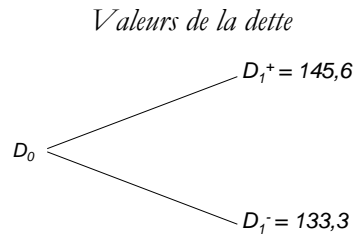
Actif Économique	Fonds propres $C_t(145,6)$ 88,8
A_t 200	Dette $VAR_t(145,6)$ $- P_t(145,6)$ $138,7-27,5=111,2$

Est-ce que le taux de rémunération de la dette (10 %) correspond à un taux de marché, initialement, puis après l'augmentation du risque ?

Dans la configuration initiale, la valeur de l'actif économique, à l'origine de 200, pouvait passer à l'échéance soit à $A_t^+ = 300$, soit à $A_t^- = 133,3$ (coefficient $u = 1/d = 1,5$).



En fonction de la valeur de l'actif, le montant de la dette serait soit remboursé intégralement, $D_1^+ = N = 145,6$, soit limité à la valeur de l'actif dans le cas où celui-ci n'est pas suffisant $D_1^- = A_1^- = 133,3$.



$$D_0 = \frac{1}{(1+5\%)} [46\% \times 145,6 + 54\% \times 133,3] = 132,4$$

Il est alors possible de déduire le taux de rendement de la dette risquée : 10 % (taux discret $r = \frac{145,6 - 133,3}{133,3}$).

Si l'activité devient plus risquée, le taux de rendement de la dette risquée calculé précédemment doit passer à 30,1% (taux discret $r = \frac{145,6 - 111,2}{111,2}$), la rémunération de 10 % portée par la dette est donc très inférieure au taux de marché correspondant au risque porté par la dette.

Exercice 4.3 : série de questions

- Expliquer pourquoi la valeur des fonds propres d'une entreprise ne peut être négative.

Les fonds propres correspondent à une option sur les actifs de l'entreprise. Il s'agit d'un droit, sans obligation, sa valeur ne peut donc pas être négative.

- Quels types de covenants permettent aux prêteurs de se protéger contre un appauvrissement de leurs créances ?

Ratios financiers :

- ratio dit de gearing : maintenir un certain niveau du rapport fonds propres sur dettes ;
- ratio de liquidité : maintenir un certain niveau du rapport marge d'exploitation sur charge financière ;
- ratio d'exploitation : limiter à un certain niveau le rapport dette sur marge d'exploitation...

Contraintes sur la politique financière :

- ne pas rémunérer les actionnaires avant remboursement de tout ou au moins une certaine partie de la dette ;

- *ne pas accorder de conditions plus favorables à de nouveaux prêteurs, sauf éventuellement à accorder les mêmes aux créanciers actuels ;*
- *ne pas rembourser par anticipation certains prêteurs...*

Contraintes sur les actifs (activités) :

- *ne pas céder certains actifs ;*
- *ne pas investir dans certains nouveaux actifs (sauf éventuellement sous réserve que ces actifs vérifient certaines conditions)...*