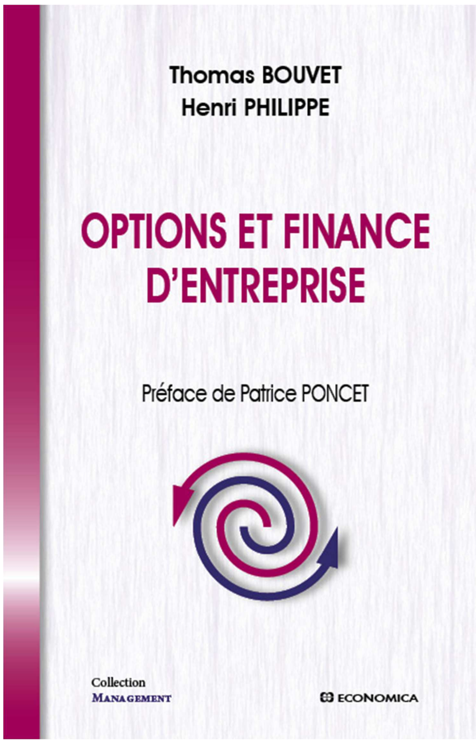

Thomas BOUVET
Henri PHILIPPE
OPTIONS ET FINANCE
D'ENTREPRISE
Préface de Patrice PONCET
Collection
Management
ECONOMICA

Chapitre 3 : Options et exploitation

Exercice 3.1 :

Revérifier la relation de parité de la fable avec des prix d'exercice de 1,2 fût.

Dans la fable $C_1^+ = 0{,}5$ (valeur de l'option d'achat de prix d'exercice 1 fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 1,5 fût) et $C_1^- = 0$ (valeur de l'option d'achat au prix d'exercice 1 fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 2/3 fût).

*A présent $C_1^+ = 0{,}3$ (valeur de l'option d'achat de prix d'exercice **1,2** fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 1,5 fût) et $C_1^- = 0$ (inchangé)*

$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)}\left[\pi C_1{}^{+} + (1-\pi)C_1{}^{-}\right]$ *avec* $\pi = \left[\frac{1+r_f-d}{(u-d)}\right]$.

Rappel $\pi = \left[\frac{1+20\,\%-2/3}{(1{,}5-2/3)}\right] = 0{,}64$,

D'où $C_0 = \frac{1}{(1{,}2)}[64\,\% \times 0{,}3 + 36\,\% \times 0] = 0{,}192$

Dans la fable, $P_1^+ = 0$ (valeur de l'option de vente au prix d'exercice 1 fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 1,5 fût) et $P_1^- = 0{,}333$ (valeur de l'option de vente au prix d'exercice 1 fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 2/3 fût).

A présent, $P_1^+ = 0$ (inchangé) et $P_1^- = 0{,}533$ (valeur de l'option de vente au prix d'exercice 1,2 fût lors de la prochaine récolte si le prix du blé est à 2/3 fût).

$P_0 = \frac{1}{(1{,}2)}[64\,\%.\,0 + 36\,\%.\,0{,}533]$*=0,192*

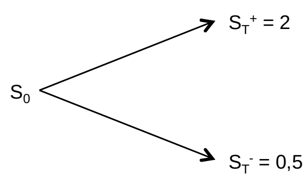
La relation de parité $St = Ct(K) - Pt(K) + VAr_f(K)_{T-t}$ est bien vérifiée :

$1 = 0{,}192 - 0{,}192 + \frac{1{,}2}{(1{,}2)}$

Exercice 3.2 :

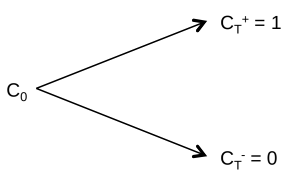
Refaire la fable avec un coefficient associé au prix du blé u = 2 (et d = 0,5).

Valeurs du blé dans un modèle monopériode



Le Renard va acheter des options d'achat à prix d'exercice 1 et vendre des options de vente à prix d'exercice 1.

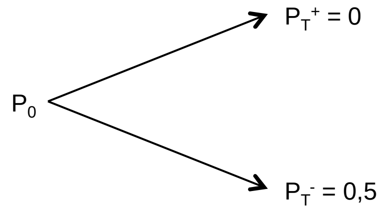
Valeurs de l'option d'achat sur le blé dans un modèle monopériode



$$\pi = \left[\frac{1 + r_f \ - d}{(u - d)}\right] = \left[\frac{1 + 20\% \ - 0{,}5}{(2 - 0{,}5)}\right] = 0{,}467$$

$$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)}\left[\pi C_T{}^{+} + (1-\pi)C_T{}^{-}\right] = \frac{1}{1{,}2}\left[0{,}467 \times 1 + 0{,}533 \times 0\right] = 0{,}389$$

Valeurs de l'option de vente sur le blé dans un modèle monopériode



$$P_0 = \frac{1}{(1+r_f)}\left[\pi P_T{}^{+} + (1-\pi)P_T{}^{-}\right] = \frac{1}{1{,}2}\left[0{,}467 \times 0 + 0{,}533 \times 0{,}5\right] = 0{,}222$$

Le Renard va acheter 100 options d'achat, coût 38,9, va vendre 100 options de vente et percevoir 22,2. Disposant à l'origine de 100 de cash, il va lui rester 100- 38,9 + 22,2 = 83,3, placés à 20 %, ce qui lui permettra de disposer de 100 en T pour exercer son option d'achat ou être en mesure de voir l'option de vente qu'il a vendue exercée.

La relation de parité St = Ct(K) – Pt(K) + VAr$_f$(K)$_{T-t}$ est bien vérifiée :

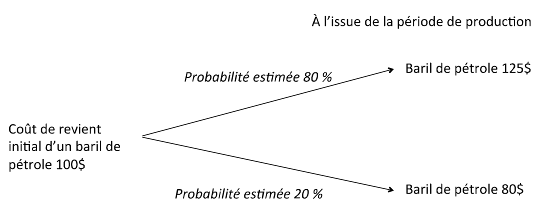
$1 = 0{,}388 - 0{,}222 + \frac{1}{(1{,}2)}$

Exercice 3.3 : Le Serpent

Le Serpent est un producteur de pétrole qui connaît son prix de revient pour un baril de pétrole, mais pas le prix de vente à l'issue de la période de production. Pour produire un baril, il faut investir sur une période 100 \$, somme qui intègre l'ensemble des coûts. À l'issue de cette période de production, le prix de vente sera soit de 125 \$ le baril, avec une probabilité estimée de 80 %, soit de 80 \$ le baril, avec une probabilité estimée de 20 %. Il est précisé que le taux sans risque est actuellement de 2,05 % (discret sur une période).

Comme tous ses congénères, ce producteur est prudent et préfère limiter son risque. Donner une stratégie à partir d'options d'achat et une stratégie à partir d'options de vente qui permettent de réduire son risque, puis une stratégie à partir d'options d'achat et une stratégie à partir d'options de vente qui permettent de supprimer tout risque. Donner, dans chacun des cas, la rentabilité correspondante.

Valeurs du baril de pétrole dans un modèle monopériode



L'espérance de rentabilité est de 16% [un résultat de 25, soit un rendement de 25% avec une probabilité estimée à 80% et une perte de 20 soit un rendement de -20% avec une espérance de 20%, 16% = 80%.25%+20%.(-20%)].

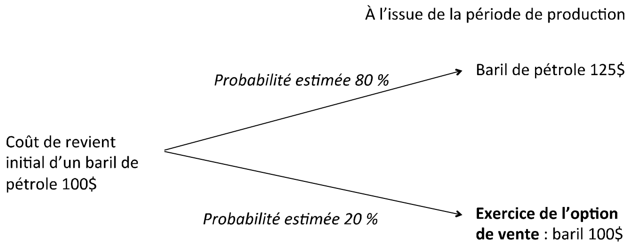
La volatilité de cette rentabilité est de 18% ($\sqrt{80\%(25\% - 16\%)^2 + 20\%(-20\% - 16\%)^2} = 18\%$*).*

Probabilité estimée	80%	20%
prix de vente	125	80
prix de revient	100	
rentabilité	25%	-20%
espérance	16%	
volatilité	18%	

Le producteur de pétrole peut diminuer s'il le souhaite cette volatilité que ce soit en achetant des options de vente ou en vendant des options d'achat… au détriment de sa rentabilité.

Par exemple, l'achat d'une option de vente à prix d'exercice 100 $ le baril réduit l'amplitude et donc la volatilité des résultats possibles : si le prix de vente du baril de pétrole sur le marché est dans une période à 80 $, le producteur de pétrole pourra exercer son option de vente et obtenir un prix de 100$ par baril, si le prix de vente est de 125 $, l'option sera abandonnée et le pétrole sera vendu sur le marché à ce prix de 125 $. La fourchette de prix est ainsi passée de (80 ; 125) à (100 ; 125).

Achat d'une option de vente à prix d'exercice 100 $



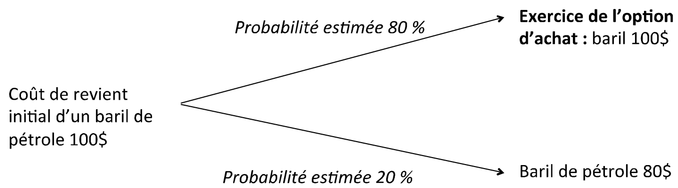
La valeur d'une telle option de vente, 10 $, se calcule aisément par la méthode binomiale.
La probabilité risque neutre est de 49% $: \pi = \left[\frac{1+r_f - d}{(u-d)}\right] = \left[\frac{1+2{,}05\% - 0{,}8}{(1{,}25-0{,}8)}\right] = 0{,}49$
Le prix de l'option est obtenu en calculant l'espérance, actualisée au taux sans risque,
$P_0 = \frac{1}{(1+r_f)}[\pi P_T^{+} + (1-\pi)P_T^{-}] = \frac{1}{1{,}0205}[0{,}49 \times 0 + 0{,}51 \times 20] = 10$

L'investissement est augmenté de 10 (coût de l'option de vente) et passe à 110 et la rentabilité se retrouve dans une fourchette (-9,09% ; 13,64 %). Le risque est réduit à 9,09%, contre 18% en l'absence d'options et l'espérance de rentabilité est réduite à 9,09%, au lieu de 16% en l'absence d'option.

Probabilité estimée	80%	20%
prix de vente	125	**100**
prix de revient	**110**	
rendement net	13,64%	-9,09%
espérance	9,09%	
volatilité	9,09%	

Pour réduire son risque à ce niveau, le producteur de pétrole peut tout aussi bien vendre des options d'achat de prix d'exercice 100 \$. Le producteur réduit dans ce cas son exposition initiale et limite l'amplitude des résultats possibles (80 ; 100) au lieu de (80 ; 125).

Vente d'une option d'achat à prix d'exercice 100 \$



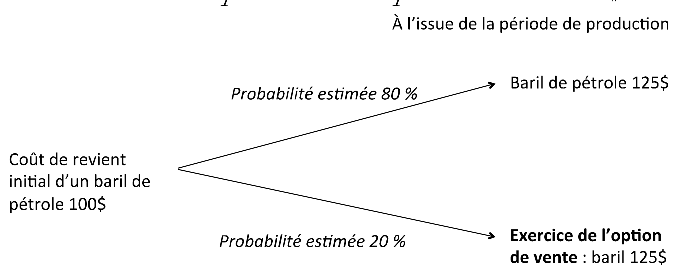
$$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)}\left[\pi C_T{}^{+} + (1-\pi) C_T{}^{-}\right] = \frac{1}{1{,}0205}[0{,}49 \times 25 + 0{,}51 \times 0] = 12$$

La volatilité et l'espérance de rendement sont également tout deux à 9,09% dans cette configuration.

Probabilité estimée	80%	20%
prix de vente	**100**	80
prix de revient	**88**	
rendement net	13,64%	-9,09%
espérance	9,09%	
volatilité	9,09%	

Le producteur de pétrole peut supprimer tout risque en achetant des options de vente à 125 \$ (prix correspondant au prix haut du pétrole dans une période) ou en vendant des options d'achat à 80 (prix correspondant au prix bas du pétrole dans une période).

Achat d'une option de vente à prix d'exercice 125 \$



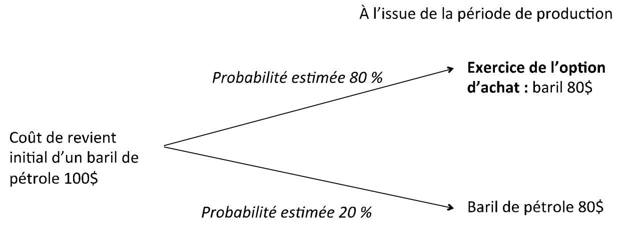
Le prix de l'option de vente est obtenu en calculant l'espérance risque neutre, actualisée au taux sans risque. La probabilité risque neutre est $\pi = 0{,}49$

$$P_0 = \frac{1}{(1+r_f)}[\pi P_T{}^{+} + (1-\pi) P_T{}^{-}] = \frac{1}{1{,}0205}[0{,}49 \times 0 + 0{,}51 \times 45] = 22{,}49$$

Une telle option coûte 22,49 \$:
Il en résulte que le rendement se limite à celui d'un placement au taux sans risque (taux de 2,05% dans le cas présent) : un investissement de 100+22,49=122,49 pour un produit de 125.

De la même manière, s'il vend une option d'achat à prix d'exercice 80 \$

Vente d'une option d'achat à prix d'exercice 80 \$



$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)}\left[\pi C_T{}^{+} + (1-\pi) C_T{}^{-}\right] = \frac{1}{1{,}0205}[0{,}49 \times 45 + 0{,}51 \times 0] = 21{,}61$

Une telle option d'achat valant 21,61 \$ l'investissement initial est limité à 78,39 et le rendement total de cet investissement également sans risque reste limité au taux sans risque ($\frac{80-78{,}39}{78{,}39} = 2{,}05\ \%$*).*